

# Problemas de Aritmética I

I Verão Matemático na UESC

27 de Janeiro de 2011

**Problema 1 (20<sup>a</sup> OBM 1998 - Primeira Fase - Nível 1)** Um estacionamento para carros cobra 1 real pela primeira hora e 75 centavos a cada hora ou fração de hora seguinte. André estacionou seu carro às 11h 20min e saiu às 15h 40min. Quantos reais ele deve pagar pelo estacionamento?

- a) 2,50      b) 4,00      c) 5,00      d) 4,75      e) 3,75

**Problema 2 (21<sup>a</sup> OBM 1999 - Primeira Fase - Nível 1)** Numa certa cidade, o metrô tem todas suas 12 estações em linha reta. A distância entre duas estações vizinhas é sempre a mesma. Sabe-se que a distância entre a terceira e a sexta estações é igual a 3 300 metros. Qual é o comprimento dessa linha?

- a) 8,4 km      b) 12,1 km      c) 9,9 km      d) 13,2 km      e) 9,075 km

**Problema 3 (20<sup>a</sup> OBM 1998 - Primeira Fase - Nível 1)** Para fazer 12 bolinhos, preciso exatamente de 100g de açúcar, 50g de manteiga, meio litro de leite e 400g de farinha. A maior quantidade desses bolinhos que serei capaz de fazer com 500g de açúcar, 300g de manteiga, 4 litros de leite e 5 quilogramas de farinha é:

- a) 48      b) 60      c) 72      d) 54      e) 42

**Problema 4 (19<sup>a</sup> OBM 1997 - Primeira Fase Júnior)** João e Pedro são vendedores e ganham R\$ 1000,00 de salário e comissão de 8% sobre as vendas. Em setembro, João ganhou R\$ 2000,00 e Pedro ganhou R\$ 2500,00. Nesse mês, as vendas de Pedro superaram as de João em:

- a) 20%      b) 25%      c) 30%      d) 40%      e) 50%

**Problema 5 (21<sup>a</sup> OBM 1999 - Primeira Fase - Nível 1)** Um pequeno caminhão pode carregar 50 sacos de areia ou 400 tijolos. Se foram colocados no caminhão 32 sacos de areia, quantos tijolos pode ainda ele carregar?

- a) 132      b) 144      c) 146      d) 148      e) 152

**Problema 6** Jacira consegue datilografar 20 páginas de um manuscrito em 4 horas e Joana o faz em 5 horas. Ainda restam 900 páginas do manuscrito para datilografar. Se as duas começarem a datilografar no mesmo instante essas páginas, quantas páginas deverá pegar a mais lenta, de forma que ambas terminem juntas?

- a) 225      b) 500      c) 400      d) 450      e) 180

**Problema 7 (20<sup>a</sup> OBM 1998 - Primeira Fase - Nível 1)** Numa competição de ciclismo, Carlinhos dá uma volta completa na pista em 30 segundos, enquanto que Paulinho leva 32 segundos para completar uma volta. Quando Carlinhos completar a volta número 80, Paulinho estará completando a volta número:

- a) 79      b) 78      c) 76      d) 77      e) 75

**Problema 8 (20<sup>a</sup> OBM 1998 - Primeira Fase - Nível 1)** No planeta  $Z$  todos os habitantes possuem 3 pernas e cada carro possui 5 rodas. Em uma pequena cidade desse planeta, existem ao todo 97 pernas e rodas. Então podemos afirmar:

- a) É possível que existam 19 carros nessa cidade.  
b) Existem no máximo 16 carros nessa cidade.  
c) Essa cidade tem 9 habitantes e 14 carros.  
d) Essa cidade possui no máximo 17 carros.  
e) Nessa cidade existem mais carros do que pessoas.

**Problema 9 (19<sup>a</sup> OBM 1997 - Primeira Fase Júnior)** A fortuna de João foi dividida da seguinte forma: um quinto para seu irmão mais velho, um sexto do restante para seu irmão mais novo e partes iguais do restante para cada um de seus 12 filhos. Que fração da fortuna cada filho recebeu?

- a)  $\frac{1}{20}$       b)  $\frac{1}{18}$       c)  $\frac{1}{16}$       d)  $\frac{1}{15}$       e)  $\frac{1}{14}$

**Problema 10 (19<sup>a</sup> OBM 1997 - Primeira Fase Júnior)** Em certo país a unidade monetária é o pau. Há notas de 1 pau e moedas de meio pau, um terço de pau, um quarto de pau e um quinto de pau. Qual a maior quantia, em paus, que um cidadão pode ter em moedas sem que possa juntar algumas delas para formar exatamente um pau?

- a)  $\frac{11}{12}$       b)  $1\frac{5}{12}$       c)  $2\frac{7}{15}$       d)  $2\frac{13}{60}$       e)  $2\frac{43}{60}$

**Problema 11 (20<sup>a</sup> OBM 1998 - Segunda Fase - Nível 1)** Que frações devem ser retiradas da soma  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{10} + \frac{1}{12}$  para que a soma das restantes seja igual a 1?

**Problema 12 (20<sup>a</sup> OBM 1998 - Segunda Fase - Nível 2)** Que frações devem ser retiradas da soma  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{10} + \frac{1}{12}$  para que a soma das restantes seja igual a 1? Dê todas as soluções.

**Problema 13 (19<sup>a</sup> OBM 1997 - Primeira Fase Júnior)** Se  $p$  e  $q$  são inteiros positivos tais que  $\frac{7}{10} < \frac{p}{q} < \frac{11}{15}$ , o menor valor que  $q$  pode ter é:

- a) 6      b) 7      c) 25      d) 30      e) 60

**Problema 14 (21<sup>a</sup> OBM 1999 - Primeira Fase - Nível 1)** Letícia vendeu todos seus CDs de videogames para três amigos, que lhe pagaram, respectivamente, R\$ 240,00, R\$ 180,00 e R\$ 320,00. Todos os CDs tinham o mesmo preço. Quantos CDs tinha Letícia no mínimo?

- a) 20      b) 37      c) 28      d) 21      e) 25

**Problema 15 (21<sup>a</sup> OBM 1999 - Segunda Fase - Nível 1)** Um edifício muito alto possui 1000 andares, excluindo-se o térreo. Do andar térreo partem 5 elevadores:

- O elevador  $A$  pára em todos os andares.
- O elevador  $B$  pára nos andares múltiplos de 5, isto é, 0, 5, 10, 15, ...
- O elevador  $C$  pára nos andares múltiplos de 7, isto é, 0, 7, 14, 21, ...
- O elevador  $D$  pára nos andares múltiplos de 17, isto é, 0, 17, 34, 51, ...
- O elevador  $E$  pára nos andares múltiplos de 23, isto é, 0, 23, 46, 69, ...

1. Mostre que, excetuando-se o andar térreo, não existe nenhum andar onde param os 5 elevadores.
2. Determine todos os andares onde param 4 elevadores.

**Problema 16 (20<sup>a</sup> OBM 1998 - Primeira Fase - Nível 2)** Seu Horácio resolveu incrementar a venda de CDs em sua loja e anunciou uma liquidação para um certo dia, com descontos de 30% sobre o preço das etiquetas. Acontece que, no dia anterior à liquidação, seu Horário aumentou o preço marcado nas etiquetas, de forma que o desconto verdadeiro fosse de apenas 9%. De quanto foi o aumento aplicado por seu Horácio?

- a) 30%      b) 39%      c) 21%      d) 40%      e) 31%

**Problema 17 (21<sup>a</sup> OBM 1999 - Primeira Fase - Nível 2)** Qual o 1999<sup>o</sup> algarismo após a vírgula na representação decimal de  $\frac{4}{37}$ ?

- a) 0      b) 1      c) 2      d) 7      e) 8

**Problema 18 (21<sup>a</sup> OBM 1999 - Primeira Fase - Nível 2)** Quantos são os possíveis valores inteiros de  $x$  para que  $\frac{x+99}{x+19}$  seja um número inteiro?

- a) 5      b) 10      c) 20      d) 30      e) 40

**Problema 19 (21<sup>a</sup> OBM 1999 - Segunda Fase - Nível 2)** Um professor de matemática passou aos seus alunos a adição  $\frac{A}{B} + \frac{C}{D}$  onde  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$  são inteiros positivos, as frações estão simplificadas ao máximo e os denominadores são números primos entre si. Os alunos adicionaram as frações tirando o mínimo múltiplo comum dos denominadores das parcelas e escrevendo este como o denominador do resultado. Mostre que a fração que os alunos encontraram como resultado está simplificada.

**Problema 20 (19<sup>a</sup> OBM 1997 - Primeira Fase Sênior)** Se seu salário sobe 26% e os preços sobem 20%, de quanto aumenta o seu poder aquisitivo?

- a) 5%      b) 6%      c) 7%      d) 8%      e) 9%

**Problema 21 (19<sup>a</sup> OBM 1997 - Primeira Fase Sênior)** O preço de um estacionamento é formado por um valor fixo para as duas primeiras horas e um adicional por cada hora subsequente. Se o estacionamento por 3 horas custa R\$5,00 e por 5 horas custa R\$6,00, quanto custa o estacionamento por 8 horas?

- a) R\$7,00      b) R\$7,50      c) R\$9,60      d) R\$12,00      e) R\$13,33

**Problema 22 (20<sup>a</sup> OBM 1998 - Primeira Fase - Nível 3)** Em uma calculadora, a tecla  $A$  transforma o número  $x$  que está no visor em  $\frac{1}{x}$  e a tecla  $B$  multiplica por 2 o número que está no visor. Se o número 2 está no visor e digitamos a seqüência  $ABABABAB \dots AB$  (total de digitações: 998), obteremos no visor um número que é igual a:

- a) 1      b)  $2^{-498}$       c)  $2^{-500}$       d)  $2^{499}$       e)  $2^{500}$

**Problema 23 (20<sup>a</sup> OBM 1998 - Primeira Fase - Nível 3)**  $\sqrt{0,4444\dots} =$

- a) 0,2222...      b) 0,3333...      c) 0,4444...      d) 0,5555...  
e) 0,6666...

**Problema 24 (20<sup>a</sup> OBM 1998 - Primeira Fase - Nível 3)** Se  $x$  homens fazem  $x$  embrulhos em  $x$  segundos, em quantos segundos  $y$  homens farão  $y$  embrulhos?

- a)  $y$       b)  $x$       c)  $\frac{x^2}{y}$       d)  $\frac{y^2}{x}$       e)  $\frac{y}{x}$

**Problema 25 (20<sup>a</sup> OBM 1998 - Primeira Fase - Nível 3)** Você entra em um restaurante para comer pizza e espera pagar uma quantia proporcional à quantidade de comida pedida. Se uma pizza com 20 cm de diâmetro custa R\$ 3,60, quanto você espera pagar por uma outra do mesmo sabor com 30cm de diâmetro?

- a) R\$5,40      b) R\$5,80      c) R\$6,60      d) R\$7,50      e) R\$8,10

**Problema 26 (20<sup>a</sup> OBM 1998 - Primeira Fase - Nível 3)** Vendi dois rádios por preços iguais. Em um deles tive lucro de 25% sobre o preço de compra e no outro tive prejuízo de 25%. Em relação ao capital investido:

- a) não tive lucro nem prejuízo      b) lucrei 6,25%      c) lucrei 16%  
d) tive prejuízo de 6,25%      e) tive prejuízo de 16%

**Problema 27 (20<sup>a</sup> OBM 1998 - Primeira Fase - Nível 3)** Barcas vão do Rio a Niterói em 25 minutos e lanchas fazem a viagem em 15 minutos. A que horas a barca que partiu do Rio às 10h 01min é alcançada pela lancha que saiu do Rio às 10h 07min?

- a) 10h 15min      b) 10h 16min      c) 10h 17min      d) 10h 18min      e) 10h 20min

**Problema 28 (4<sup>a</sup> OdeM 1998 - Segundo Nível)** O planeta X31 tem só dois tipos de notas, mas o sistema não é tão mau já que só há quinze preços inteiros para os quais o pagamento não pode ser feito de forma exata (nesses casos deve-se pagar a mais e receber o troco). Se 18 é um dos preços para os quais não se pode fazer pagamento exato, encontre o valor de cada tipo de nota.

**Problema 29 (10<sup>a</sup> OMCS 1999)** Achar o menor inteiro positivo  $n$  tal que as 73 frações

$$\frac{19}{n+21}, \frac{20}{n+22}, \frac{21}{n+23}, \dots, \frac{91}{n+93}$$

sejam todas irredutíveis.

**Problema 30** Prove que todo número racional positivo pode ser escrito como soma de um certo número de frações distintas de numerador 1.