Problemas de Álgebra I

I Verão Matemático na UESC

03 de Fevereiro de 2011

Problema 1 (20ª OBM 1998 - Primeira Fase - Nível 1) Renata digitou um número em sua calculadora, multiplicou–o por 3, somou 12, dividiu o resultado por 7 e obteve o número 15. O número digitado foi:

a) 31 *b*) 7 *c*) 39 *d*) 279 *e*) 27

Problema 2 (20ª OBM 1998 - Primeira Fase - Nível 2) Um pai tem 33 anos e seu filho, 7 anos. Depois de quantos anos a idade do pai será o triplo da idade do filho?

a) 3 *b*) 7 *c*) 6 *d*) 9 *e*) 13

Problema 3 (20ª OBM 1998 - Primeira Fase - Nível 1) João quer desfazer–se de sua coleção de 1.000 bolinhas. Para tanto escolhe dez garotos da rua onde mora. Dá ao primeiro garoto x bolinhas, ao segundo $x + 1$ bolinhas. Assim faz até chegar ao décimo garoto. Sempre dá uma bolinha a mais para o próximo garoto. No final, João ainda fica com um resto de bolinhas. Sendo x o número que deixa João com o menor resto possível, x é igual a:

a) 94 *b*) 95 *c*) 96 *d*) 97 *e*) 98

Problema 4 (21ª OBM 1999 - Primeira Fase - Nível 2) Pedro saiu de casa e fez compras em quatro lojas, cada uma num bairro diferente. Em cada uma gastou a metade do que possuía e a seguir, ainda pagou R$ 2,00 de estacionamento. Se no final ainda tinha R$ 8,00, que quantia tinha Pedro ao sair de casa?

a) $R\$220,00$ *b*) $R\$204,00$ *c*) $R\$196,00$ *d*) $R\$188,00$ *e*) $R\$180,00$

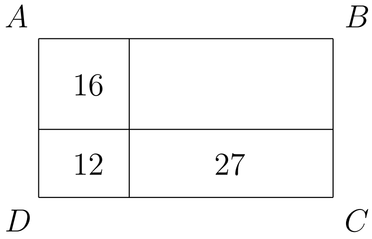
Problema 5 (21ª OBM 1999 - Primeira Fase - Nível 1) 6 cartões com números somente numa das faces são colocados sobre uma mesa conforme a ilustração.

8	2	4
X	6	Y

Os cartões X e Y estão com a face numerada voltada para baixo. A média aritmética dos números de todos os cartões é 5. A média aritmética dos números do cartão Y e seus três vizinhos é 3. Qual é o número escrito no cartão X?

a) -4 *b*) 12 *c*) 0 *d*) 15 *e*) 10

Problema 6 (21ª OBM 1999 - Primeira Fase - Nível 2) Um retângulo $ABCD$ está dividido em quatro retângulos menores. As áreas de três deles estão na figura abaixo. Qual é a área do retângulo $ABCD$?



$a)$ 80 $b)$ 84 $c)$ 86 $d)$ 88 $e)$ 91

Problema 7 (21ª OBM 1999 - Primeira Fase - Nível 2) Em um aquário há peixes amarelos e vermelhos: 90% são amarelos e 10% são vermelhos. Uma misteriosa doença matou muitos peixes amarelos, mas nenhum vermelho. Depois que a doença foi controlada verificou–se que no aquário, 75% dos peixes vivos eram amarelos. Aproximadamente, que porcentagem dos peixes amarelos morreram?

$a)$ 15% $b)$ 37% $c)$ 50% $d)$ 67% $e)$ 84%

Problema 8 (20ª OBM 1998 - Primeira Fase - Nível 2) Passarinhos brincam em volta de uma velha árvore. Se dois passarinhos pousam em cada galho, um passarinho fica voando. Se todos os passarinhos pousam, com três em um mesmo galho, um galho fica vazio. Quantos são os passarinhos?

$a)$ 6 $b)$ 9 $c)$ 10 $d)$ 12 $e)$ 15

Problema 9 (19ª OBM 1997 - Primeira Fase Júnior) Uma certa pontuação é dada para a flecha que cai na região A de um alvo e outra para a flecha que cai na região B do alvo. Alberto lançou 3 flechas: uma caiu em B e duas em A, e obteve 17 pontos. Carlos também lançou 3 flechas: uma caiu em A e duas em B, e obteve 22 pontos. Quantos pontos são atribuídos para uma flecha que cai na região A?

$a)$ 2 $b)$ 3 $c)$ 4 $d)$ 5 $e)$ 6

Problema 10 (21ª OBM 1999 - Primeira Fase - Nível 1) Ronaldo, sempre que pode, guarda moedas de 50 centavos ou 1 real. Atualmente ele tem 100 moedas, num total de 76 reais. Quantas moedas de um valor ele tem a mais do que a de outro valor?

$a)$ 48 $b)$ 4 $c)$ 8 $d)$ 52 $e)$ 96

Problema 11 (21ª OBM 1999 - Primeira Fase - Nível 1) Dona Zizi comprou 2 balas para cada aluno de uma 5ª série. Mas como os meninos andavam meio barulhentos, ela resolveu redistribuir essas balas, dando 5 para cada menina e apenas 1 para cada menino. Podemos concluir que na 5ª série

$a)$ 20% são meninos $b)$ 30% são meninas $c)$ 75% são meninos
$d)$ 50% são meninas $e)$ $66,6\ldots$% são meninos

Problema 12 Para assistir ao filme *Tropa de Elite 2*, cada um dos x amigos de uma turma deveria pagar y reais pelo frete do ônibus. Como faltaram 3 rapazes, cada um dos presentes teve que pagar 2 reais a mais para cobrir o preço do frete. Tiveram sorte porque se tivessem faltado 4, cada um dos presentes deveria ter pago 3 reais a mais. Qual foi o preço total do frete?

Problema 13 (21ª OBM 1999 - Primeira Fase - Nível 2) Hoje, 12/6/1999, Pedro e Maria fazem aniversário. No mesmo dia em 1996, a idade de Pedro era 3/4 da idade de Maria. No mesmo dia em 2002, a idade de Pedro será igual à de Maria quando ele tinha 20 anos. Quantos anos Maria está fazendo hoje?

a) 30 *b*) 31 *c*) 32 *d*) 33 *e*) 34

Problema 14 (19ª OBM 1997 - Segunda Fase Júnior) No edifício mais alto de *Terra Brasilis* moram Eduardo e Augusto. O número do andar do apartamento de Eduardo coincide com o número do apartamento de Augusto. A soma dos números dos apartamentos dos dois é 2164. Calcule o número do apartamento de Eduardo sabendo que há 12 apartamentos por andar. (Por exemplo, no primeiro andar estão os apartamentos de 1 a 12, no segundo, de 13 a 24, e assim por diante.)

Problema 15 (21ª OBM 1999 - Primeira Fase - Nível 1) Rafael tem $\frac{2}{3}$ da idade de Roberto e é 2 anos mais jovem que Reinaldo. A idade de Roberto representa $\frac{4}{3}$ da idade de Reinaldo. Em anos, a soma das idades dos três é:

a) 48 *b*) 72 *c*) 58 *d*) 60 *e*) 34

Problema 16 (21ª OBM 1999 - Primeira Fase - Nível 1) Marcos quer pesar três maçãs numa balança de dois pratos, mas ele dispõe de apenas um bloco de 200 gramas. Observando o equilíbrio na balança, ele observa que a maçã maior tem o mesmo peso que as outras duas maçãs juntas; o bloco e a maçã menor pesam tanto quanto as outras duas maçãs juntas; a maçã maior junto com a menor pesam tanto quanto bloco. O peso total das três maçãs é:

a) 250 g *b*) 300 g *c*) 350 g *d*) 400 g *e*) 450 g

Problema 17 (19ª OBM 1997 - Primeira Fase Júnior) Seja $y = |x+2|+|x-1|+|x-3|$. Se $1 \leq x < 2$, então y é igual a:

a) $x+4$ *b*) $3x-2$ *c*) $x-4$ *d*) $3x+2$ *e*) $x-2$

Problema 18 (19ª OBM 1997 - Primeira Fase Júnior) O número de pares (x, y) de reais que satisfazem o sistema de equações:

$$\begin{aligned} x^2 - xy - y^2 + 1 &= 0 \\ x^3 - x^2y - xy^2 + x - y + 2 &= 0 \end{aligned}$$

é igual a:

a) 0 *b*) 1 *c*) 2 *d*) 3 *e*) 4

Problema 19 (19ª OBM 1997 - Primeira Fase Júnior) A equação

$$\sqrt{x+10} - \sqrt{2x+3} = \sqrt{1-3x}$$

$a)$ não tem solução.
$b)$ tem uma única solução positiva.
$c)$ tem uma única solução negativa.
$d)$ tem duas soluções, uma positiva e outra negativa.
$e)$ tem duas soluções, ambas negativas.

Problema 20 (21ª OBM 1999 - Primeira Fase - Nível 3) Sendo $a \neq b$ e $b \neq 0$, sabe–se que as raízes da equação $x^2 + ax + b = 0$ são exatamente a e b. Então, $a - b$ é igual a:

$a)$ 0 $b)$ 1 $c)$ 2 $d)$ 3 $e)$ 4

Problema 21 A equação do 2° grau $ax^2 + bx - 3 = 0$ tem -1 como uma de suas raízes. Sabendo que os coeficientes a e b são números primos positivos, podemos afirmar que $a^2 + b^2$ é igual a:

$a)$ 29 $b)$ 89 $c)$ 17 $d)$ 13 $e)$ 53

Problema 22 Mostre que se a, b e c são inteiros ímpares, a equação $ax^2 + bx + c = 0$ não tem raiz racional.

Problema 23 (19ª OBM 1997 - Primeira Fase Sênior) O número de valores inteiros de m para os quais as raízes da equação $x^2 - (m + m^2)x + m^3 - 1 = 0$ são inteiras é igual a:

$a)$ 0 $b)$ 1 $c)$ 2 $d)$ 3 $e)$ 4

Problema 24 (20ª OBM 1998 - Terceira Fase - Nível 3) Dois meninos jogam o seguinte jogo. O primeiro escolhe dois números inteiros diferentes de zero e o segundo monta uma equação do segundo grau usando como coeficientes os dois números escolhidos pelo primeiro jogador e 1998, na ordem que quiser (ou seja, se o primeiro jogador escolhe a e b o segundo jogador pode montar a equação $1998x^2 + ax + b = 0$, ou $bx^2 + 1998x + a = 0$, etc.) O primeiro jogador é considerado vencedor se a equação tiver duas raízes racionais diferentes. Mostre que o primeiro jogador pode ganhar sempre.

Problema 25 (20ª OBM 1998 - Primeira Fase - Nível 3) A soma das raízes reais de $x^3 + 3x^2 + 3x - 1 = 0$ é:

$a)$ -3 $b)$ $1 - \sqrt[3]{2}$ $c)$ 1 $d)$ $\sqrt[3]{2} - 1$ $e)$ 3