Problemas de Raciocínio Lógico–Matemático

I Verão Matemático na UESC

25 de Janeiro de 2011

Problema 1 Identifique as proposições verdadeiras na seguinte coleção de proposições.

1. Exatamente uma das proposições desta coleção é falsa.
2. Exatamente duas das proposições desta coleção são falsas.
3. Exatamente três das proposições desta coleção são falsas.
4. Exatamente quatro das proposições desta coleção são falsas.
5. Exatamente cinco das proposições desta coleção são falsas.
6. Exatamente seis das proposições desta coleção são falsas.
7. Exatamente sete das proposições desta coleção são falsas.
8. Exatamente oito das proposições desta coleção são falsas.
9. Exatamente nove das proposições desta coleção são falsas.
10. Exatamente dez das proposições desta coleção são falsas.

Problema 2 (19ª OBM 1997 - Primeira Fase Júnior) Quatro carros, de cores amarela, verde, azul e preta, estão em fila. Sabe–se que o carro que está imediatamente antes do carro azul é menor do que o que está imediatamente depois do carro azul; que o carro verde é o menor de todos; que o carro verde está depois do carro azul; e que o carro amarelo está depois do preto. O primeiro carro da fila:

a) é amarelo. *b*) é azul. *c*) é preto. *d*) é verde.

e) não pode ser determinado apenas com esses dados.

Obs: O primeiro da fila é o que vem antes de todos os outros.

Problema 3 (20ª OBM 1998 - Primeira Fase - Nível 1) João é mais velho que Pedro, que é mais novo que Carlos; Antônio é mais velho do que Carlos, que é mais novo do que João. Antônio não é mais novo do que João e todos os quatro meninos têm idades diferentes. O mais jovem deles é:

a) João. *b*) Antônio. *c*) Pedro. *d*) Carlos.

e) impossível de ser identificado a partir dos dados apresentados.

Problema 4 (20ª OBM 1998 - Primeira Fase - Nível 1) Pedro e Maria formam um estranho casal. Pedro mente às quartas, quintas e sextas–feiras, dizendo a verdade no resto da semana. Maria mente aos domingos, segundas e terças–feiras, dizendo a verdade no resto da semana. Certo dia, ambos dizem: "Amanhã é dia de mentir". O dia em que foi feita essa afirmação era:

a) segunda–feira *b*) terça–feira *c*) sexta–feira *d*) sábado *e*) domingo

Problema 5 (20ª OBM 1998 - Primeira Fase - Nível 2) Um crime é cometido por uma pessoa e há quatro suspeitos: André, Eduardo, Rafael e João. Interrogados, eles fazem as seguintes declarações:

André: Eduardo é o culpado.

Eduardo: João é o culpado.

Rafael: Eu não sou culpado.

João: Eduardo mente quando diz que eu sou culpado.

Sabendo que apenas um dos quatro disse a verdade, quem é o culpado?

a) André. *b*) Eduardo. *c*) Rafael. *d*) João. *e*) Não se pode saber.

Problema 6 (20ª OBM 1998 - Primeira Fase - Nível 3) A respeito da resposta de um problema, Maurício, Paulo, Eduardo e Carlos fizeram as seguintes afirmações:

Maurício: É maior que 5.

Paulo: É menor que 10.

Eduardo: É um número primo.

Carlos: É maior que 12.

Entre as afirmações acima, quantas, no máximo, podem ser verdadeiras?

a) 0 *b*) 1 *c*) 2 *d*) 3 *e*) 4

Problema 7 Durante uma expedição um explorador encontra uma caverna com três deuses: o deus da sinceridade, que sempre fala a verdade; o deus da diplomacia, que às vezes diz a verdade, às vezes não; e o deus da falsidade, cujas declarações são sempre mentirosas. O deus A diz: "B é o deus da sinceridade", mas o deus B retruca: "Não, eu sou o deus da diplomacia", e o deus C completa: "Nada disso, B é o deus da mentira". Afinal, quem é quem?

Problema 8 Um rei resolveu dar a um prisioneiro a oportunidade de obter a liberdade. Levou–o até uma sala, com duas portas de saída, chamadas A e B, cada uma com um guarda. Disse: "Uma das portas leva à liberdade, enquanto a outra leva à força; além disso, um dos guardas fala sempre a verdade enquanto o outro só fala mentiras. Você pode fazer uma única pergunta a um dos guardas e escolher uma porta para sair." O prisioneiro pensou durante longo tempo, depois dirigui–se a um dos guardas e disse: "Se eu perguntasse a seu colega qual porta me leva à liberdade, o que ele me diria?" O guarda respondeu: "A." "Obrigado", disse o prisioneiro, e saiu para a liberdade. Por qual porta saiu?

Problema 9 Um rei resolveu dar a três prisioneiros a oportunidade de obter a liberdade. Mandou trazer cinco chapéus, três brancos e dois vermelhos, e escolheu um chapéu para cada prisioneiro. Ganharia a liberdade aquele que fosse capaz de dizer a cor do seu próprio chapéu observando apenas os chapéus dos seus companheiros. O primeiro prisioneiro observou os chapéus dos seus companheiros mas não foi capaz de dizer a cor do seu próprio chapéu, e voltou para a prisão. O segundo, por sua vez, não soube dizer a cor do seu próprio chapéu e também voltou para a prisão. O rei, ao perceber que o terceiro prisioneiro era cego, nem se deu ao trabalho de perguntar e mandou–o para a prisão, mas este exiguiu ter a mesma oportunidade que seus companheiros. Inquirido, declarou corretamente a cor do seu chapéu e obteve a liberdade. Qual era a cor do chapéu do prisioneiro cego?

Problema 10 (20ª OBM 1998 - Terceira Fase - Nível 1) Considere a tabela 3×3 abaixo, onde todas as casas, inicialmente, contém zeros:

$$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix}.$$

Para alterar os números da tabela, é permitida a seguinte operação: escolher uma sub-tabela 2×2 formada por casas adjacentes, e somar 1 a todos os seus números.

1. Diga se é possível, após uma seqüência de operações permitidas, chegar à tabela abaixo:

$$\begin{matrix} 7 & 9 & 2 \\ 15 & 25 & 12 \\ 8 & 18 & 10 \end{matrix}.$$

2. Complete o quadro abaixo, sabendo que foi obtido por uma seqüência de operações permitidas:

$$\begin{matrix} 14 & - & - \\ 19 & 36 & - \\ - & 14 & - \end{matrix}.$$

Problema 11 (4ª OdeM 1998 - Primeiro Nível) Existem quatro botes numa margem de um rio; seus nomes são Oito, Quatro, Dois e Um, porque essas são as quantidades de horas que cada um deles demora para cruzar o rio. Pode–se atar um bote a outro, porém não mais de um, e então o tempo que demoram em cruzar é igual ao do mais lento dos botes. Um só marinheiro deve levar todos os botes até à outra margem do rio. Qual é o menor tempo necessário para completar o translado?

Problema 12 Tenho 9 pérolas idênticas mas sei que uma delas é falsa e mais leve que as outras. Como posso identificar a pérola falsa com apenas duas pesagens em uma balança de dois pratos?

Problema 13 Tenho 12 pérolas idênticas mas sei que uma delas é falsa e tem peso um pouco diferente das demais, não sei se mais leve ou mais pesada. Como posso identificar a pérola falsa, e se ela é mais leve ou mais pesada, com apenas três pesagens em uma balança de dois pratos?

Problema 14 Tenho 10 grupos de 10 moedas cada um. Todas as moedas pesam 10 gramas cada uma, exceto as de um grupo, no qual as moedas pesam 9 gramas cada uma. Como posso identificar o grupo de moedas mais leve com apenas uma pesagem em uma balança de um prato?

Problema 15 São dadas 13 moedas, das quais 12 têm o mesmo peso. Não se sabe se a décima terceira moeda é mais leve ou mais pesada que as demais. Mostre que é possível determinar a moeda diferente empregando três pesagens em uma balança de braços. Isto ainda seria possível com 14 moedas?

Problema 16 (19ª OBM 1997 - Primeira Fase Júnior) Como o médico me recomendou caminhadas, todo dia de manhã dou uma volta (com velocidade constante) na quadra em que resido. Minha mulher aproveita para correr (com velocidade constante) em volta do quarteirão. Saímos juntos e chegamos juntos. Ela percorre a quadra no mesmo sentido que eu e me ultrapassa duas vezes durante o percurso. Se ela corresse no sentido contrário ao meu, quantas vezes ela cruzaria comigo?

Problema 17 (5ª OdeM 1999 - Primeiro Nível) Em cada um dos 10 degraus de uma escada existe uma rã. Cada rã pode, de um pulo, colocar–se em outro degrau, mas quando uma rã faz isso, ao mesmo tempo, uma outra rã pula a mesma quantidade de degraus em sentido contrário: uma sobe e outra desce. Conseguirão as rãs colocar–se todas juntas num mesmo degrau?

Problema 18 Suponha que desejamos saber de qual janela de um prédio de 36 andares é seguro jogarmos ovos para baixo, de modo que os ovos não se quebrem ao atingirem o chão. Para tal, admitimos que:

- Um ovo que sobrevive a uma queda pode ser usado novamente.
- Um ovo quebrado deve ser descartado.
- O efeito da queda é o mesmo para todos os ovos.
- Se um ovo se quebra quando jogado de uma certa janela então ele quebrará se jogado de uma altura superior.
- Se um ovo sobrevive a uma queda então ele sobreviverá a uma queda menor.

Não se sabe se da janela do primeiro andar os ovos quebram, e também não se sabe se da janela do último andar os ovos quebram. Se temos apenas 1 ovo e queremos ter certeza de obter um resultado correto, o experimento deve ser guiado apenas por um único caminho: jogue o ovo pela janela do primeiro andar; se não se quebrar, jogue o ovo pela janela do segundo andar. Continue até que o ovo se quebre. Na pior das hipóteses, este método necessitará de 36 lançamentos para ser concluído. Suponha que 2 ovos estão disponíveis. Qual é o menor número de lançamentos de ovos necessários para garantir todos os casos?

Problema 19 (21ª OBM 1999 - Terceira Fase - Nível 1) Emanuela, Marta e Isabel são três nadadoras que gostam de competir e por isso resolveram organizar um desafio de natação entre elas. Ficou combinado o total de pontos para o primeiro, o segundo e o terceiro lugares em cada prova. A pontuação para primeiro lugar é maior que a para o segundo e esta é maior que a pontuação para o terceiro. As pontuações são números inteiros positivos. O desafio consistiu de várias provas e ao final observou–se que Emanuela fez 20 pontos, Marta 9 pontos e Isabel 10. A primeira prova foi vencida por Isabel.

1. Quantas provas foram disputadas?
2. Determine o total de pontos para o primeiro, segundo e terceiro lugares.

Problema 20 (21ª OBM 1999 - Terceira Fase - Nível 1) Adriano, Bruno e Carlos disputaram uma série de partidas de tênis de mesa. Cada vez que um jogador perdia, era substituído pelo que estava a esperar. A primeira partida foi disputada por Adriano e Bruno. Sabe–se que Adriano venceu 12 partidas e Bruno 21. Quantas vezes Adriano e Bruno se enfrentaram?

Problema 21 (5ª OdeM 1999 - Primeiro Nível) Ana, Beatriz, Carlos, Diego e Emilia jogam um torneio de xadrez. Cada jogador enfrenta uma vez só cada um dos outros quatro jogadores. Cada jogador consegue 2 pontos se ganha a partida, 1 ponto se empata e 0 pontos se perde a partida. Ao finalizar o torneio, as pontuações dos 5 jogadores são todas diferentes. Encontre o máximo número de empates que pode ter tido o torneio e justifique por que não pode ter havido um número maior de empates.

Problema 22 (5ª OdeM 1999 - Segundo Nível) A primeira fileira da tabela abaixo é preenchida com os números de 1 a 10, em ordem crescente. A segunda fileira é preenchida com os números de 1 a 10, em qualquer ordem. Em cada casa da terceira fileira se escreve a soma dos dois números escritos nas casas acima. Existe alguma maneira de preencher a segunda fileira de modo que os algarismos das unidades dos números da terceira fileira sejam todos distintos?

Problema 23 Comprei na feira um queijo que pesou 9 quilos. Desconfiei da pesagem e o vendedor propôs, como compensação, vender–me um queijo igual, desta vez pesado no outro prato da balança. O peso foi de 4 quilos. Ganhei ou perdi na transação? Qual é o verdadeiro peso do queijo?

Problema 24 (20ª OBM 1998 - Segunda Fase - Nível 1) Existem casas em volta de uma praça. João e Pedro dão uma volta na praça, caminhando no mesmo sentido e contando as casas. Como não começaram a contar da mesma casa, a 5ª. casa de João é a 12ª. de Pedro e a 5ª. casa de Pedro é a 30ª. de João. Quantas casas existem em volta da praça?

Problema 25 (21ª OBM 1999 - Primeira Fase - Nível 2) Em um hotel há 100 pessoas. 30 comem porco, 60 comem galinha e 80 comem alface. Qual é o maior número possível de pessoas que não comem nenhum desses dois tipos de carne?

a) 10 *b*) 20 *c*) 30 *d*) 40 *e*) 50

Problema 26 (21ª OBM 1999 - Segunda Fase - Nível 2) Num quadro–negro são escritos três inteiros. Começa–se, então, uma sequência de movimentos onde, em cada passo, apaga–se um deles e escreve–se em seu lugar a soma dos outros dois diminuída de uma unidade. Após vários movimentos, estão escritos no quadro os números 17, 75 e 91. É possível que no início estejam escritos no quadro:

1. 2, 2, 2?
2. 3, 3, 3?

Problema 27 (6ª OdeM 2000 - Primeiro Nível) Numa fileira temos 12 cartas que podem ser de três tipos: com as duas faces brancas, com as duas faces pretas ou com uma face branca e a outra preta.

- Inicialmente temos 9 cartas com a face preta voltada para cima.
- Viram–se as seis primeiras cartas da esquerda e ficam 9 cartas com a face preta voltada para cima.
- Continuando, viram–se as seis cartas centrais, ficando 8 cartas com a face preta voltada para cima.
- Finalmente, viram–se seis cartas: as três primeiras da esquerda e as três últimas da direita, ficando 3 cartas com a face preta voltada para cima.

Diga se com esta informação se pode saber com certeza quantas cartas de cada tipo existem na fileira.

Problema 28 (9ª OMCS 1998) O Prefeito de uma cidade deseja estabelecer um sistema de transportes com pelo menos uma linha de ônibus, no qual:

1. cada linha passe exatamente por três paradas;
2. cada duas linhas distintas tenham exatamente uma parada em comum;
3. para cada duas paradas de ônibus distintas exista exatamente uma linha que passe por ambas.

Determine o número de paradas de ônibus da cidade.